

Eesti LXIV matemaatikaolümpiaad
TALLINNA KOOLIVOOR
17.jaanuaril 2017.a. Tallinnas
XII klass

Lahendamiseks on aega 4 tundi.

Iga ülesande õige ja ammendavalt põhjendatud lahendus annab 7 punkti.

Taskuarvutit kasutada ei lubata.

1. Lahenda võrrandisüsteem
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = xy + 12 \\ x^3y + 4xy - 12x^2 = 48 \end{cases}$$

2. Jadas a_1, a_2, \dots, a_n

$$a_1 = 0, \quad a_2 = 1, \quad a_3 = 1,5 \text{ ning iga } n \geq 4 \text{ korral } a_n = a_{n-1} + a_{n-2} - a_{n-3}.$$

Leia esimese 2017 arvu summa.

3. Lahendada võrrand $2^x + 1 = y^2$, kui $x, y \in \mathbb{Z}^+$.

4. Määra teravnurkse kolmnurga ABC nurkade suurused, kui selle ümberringjoone raadius on R , nurga C vastaskülge on c ning kahe ülejäänud külje jagatis on $\frac{a}{b}$.

Märkus: loeme, et nurk on määratud, kui meil on teada selle nurga suurus kraadides (radiaanides) või selle nurga siinus või koosinus või tangens.

5. Kotis on 2017 münti. Kristjan ja Martin mängivad mängu, kus nad kordamööda võtavad kotist münte. Ühe korraga mängija saab võtta 7, 11 või 13 münti. Kui mängija ei saa võtta vähemalt 7 münti kotist, siis ta on kaotanud. Kes mängijatest võidab, kui esimesena käib Kristjan ja mõlemad mängijad mängivad optimaalse strateegia järgi?